

5.1. EXPERIMENTOS FACTORIALES A DOS NIVELES

5.1.1. Introducción con un ejemplo.

El ejemplo de la fertilización nitrogenada y el riego es clásico en Agronomía. No hace mucho en el jardín de mi casa fertilicé con urea unas plantas y las maté. Qué pasó? Lo más probable es que le faltó agua (sobre todo para el nivel de nitrógeno que les impuse).

Efectos simples. Efectos principales. Interacción.

Efectos simples. Efecto de nitrógeno sin riego. Efecto del nitrógeno con riego.

Efectos principales e interacción. Los efectos principales son la suma de los efectos simples, la interacción es la diferencia entre los efectos simples.

Interacción.

Ortogonalidad.

Modelo matemático.

Nomenclatura alternativa. Existe una forma diferente de simbolizar estos efectos que es de utilidad en ciertas condiciones.

Método tabular. La descomposición anterior se llevó a cabo por medio de contrastes. Hay otra manera de hacerlo que presentamos ahora.

Procedimiento recomendado. Mucha gente recomienda el siguiente procedimiento cuando se analiza un experimento factorial: 1) primero estudiar la interacción, 2a) si la interacción no es significativa se estudian los efectos principales, 2b) si la interacción es significativa entonces hay que estudiar los efectos simples. Por este razonamiento se puede pensar que la interacción es un problema para el investigador, porque le complica la interpretación. No recomiendo esa visión. Acá se aplica el principio de la vida que cada problema puede ser tomado como una oportunidad. Puede suceder que la interacción sea solamente el hecho de que los efectos simples tienen diferente magnitud o que tengan diferente signo. En este último caso, se habla de una interacción cross-over, es claro que cambia la recomendación. Coincidimos en que es un tipo extremo de interacción, por tanto muy importante. Pero no nos pasemos para el otro lado y pensemos que esta es la única interacción importante.

Ejemplo en SAS.

Tres factores a dos niveles. Cuando tenemos un experimento 2^3 : tres factores cada uno a dos niveles, tenemos 8 tratamientos. Vamos a presentar el análisis a través de un ejemplo. Para esto elegimos el clásico experimento de fertilización donde se prueban los tres nutrientes básicos ausente o presente.

5.2. FACTORIALES A TRES NIVELES Y SUPERFICIES DE RESPUESTA

5.2.1. Factores a tres niveles y nuevos conceptos.

Efecto lineal, efecto cuadrático. El efecto lineal como una media de los efectos simples, el efecto cuadrático como una diferencia entre los efectos simples.

5.2.2. Factorial 3x3.

Ejemplo.

5.2.3. Superficies de respuesta.

Ortogonalidad.

Rotabilidad.

Diseños de primer orden.

Diseños de segundo orden.

Diseño simples.

Central compuesto y situaciones relacionadas.

5.2.4. Estudio de fertilizaciones.

Me El diseño en parcelas divididas es muy usado en la investigación en Uruguay y otros lugares. Veamos en que co

5.3. PARCELAS DIVIDIDAS

5.3.1. Diseño en parcelas divididas

El diseño en parcelas divididas es muy usado en la investigación en Uruguay y otros lugares. Veamos en que consiste a través de un ejemplo. Un investigador tiene interés en estudiar el riego y la fertilización nitrogenada en un diseño en 4 bloques. Es difícil construir un sistema de riego que afecte una parcela y no afecte la parcela vecina, por lo que el investigador resolvió usar un diseño en parcelas divididas de la siguiente forma.

Primero hace un diseño solo para el riego, luego de adjudicar las parcelas al azar (por sorteo) queda así:

Bloque

I	Sin riego	Con riego
II	Con riego	Sin riego
III	Con riego	Sin riego
IV	Sin riego	Con riego

Luego divide cada parcela en dos subparcelas, a una le aplica (al azar o sea por un segundo sorteo) fertilización nitrogenada y a la otra no.

I	n	(1)	r	nr
II	nr	r	(1)	n
III	r	nr	N	(1)
IV	(1)	n	nr	r

Tenemos entonces dos tipos de parcelas y dos sorteos diferentes. Se dice que las parcelas de riego son las parcelas grandes y las parcelas del nitrógeno son las parcelas chicas. En este ejemplo tenemos dos niveles del factor riego y dos niveles del factor nitrógeno, siempre vamos a tener dos factores, el que va a las parcelas grandes se le dice factor A y al que va a las parcelas chicas se le dice factor B. Se dice que las parcelas grandes están divididas. Reiteremos que se hacen dos sorteos: se sortean dentro de cada bloque cual parcela grande se riega y cual no. Dentro de cada parcela grande se sortea cual parcela chica se fertiliza con nitrógeno y cual no. Mucha gente dice que esa doble aleatorización da origen a dos errores experimentales.

Por lo dicho queda claro que un diseño en parcelas divididas se usará siempre con un experimento factorial. Por otro lado, las parcelas grandes se pueden ordenar en diferentes diseños como bloques al azar o cuadrados latinos o dejarse en parcelas al azar.

Modelo y análisis. El modelo matemático para el diseño en parcelas divididas en bloques al azar es generalmente presentado como:

$$Y_{ijk} = \mu + R_i + A_j + (R^*A)_{ij} + B_k + (A*B)_{jk} + e_{ijk}$$

donde μ es la media general

R_i es el efecto del bloque o repetición i

A_j es el efecto del nivel j del factor A

$(R^*A)_{ij}$ es la interacción entre la repetición y el factor A lo que constituye el error(a)

B_k es el efecto del nivel k del factor B

$(A*B)_{jk}$ es la interacción entre el factor A y el factor B

y e_{ijk} es el error(b) o residuo.

El análisis de varianza correspondiente será:

FUENTE VARIACIONES		SUMA CUADRADOS	GRADOS LIBERTAD	CUADRADO MEDIO F
Bloques		r - 1		
Factor A		a - 1		
Error (a)		(r-1)(a-1)		
Factor B		b - 1		
Interacción A*B		(a-1)(b-1)		
Error (b)		a(r-1)(b-1)		
TOTAL		abr - 1		

El factor A se analiza contra el error (a) –la interacción entre los bloques y el factor A- y el factor B contra el error (b) – el residuo o interacción entre los bloques, el factor B y la interacción A*B. Si no hay bloques entonces el error(a) es la variación de las parcelas dentro de ese factor A (anidada en ese factor) y el error (b) sigue siendo el residuo.

Comparación de medias en parcelas divididas. La comparación de las medias en un diseño en parcelas divididas ofrece diferentes posibilidades. Por una lado se tiene la necesidad de comparar medias del factor A (las que están en diferentes parcelas grandes), por otro lado la comparación de niveles del factor B que se puede hacer a igual nivel de A o a través de los distintos niveles de A. Finalmente, se puede querer comparar los distintos niveles de A para un determinado nivel de B. Aconsejamos conservar en mente este tipo de problemas en torno al uso del diseño. Explicaciones muy detalladas están en Cochran y Cox (1968).

Contraste entre	Varianza
Dos medias del factor A (medias de parcelas grandes)	$CME(a)$ nb
Dos medias del factor B (medias de sub-parcelas)	$CME(b)$ na
Dos medias de B al mismo nivel de A	$CME(b)$ n
Dos medias de A al mismo nivel de B	$CME(a) + (b - 1)CME(b)$ nb

Ejemplo de parcelas divididas analizadas con PROC GLM. El siguiente ejemplo de experimento en parcelas divididas en fertilización de papa. El programas SAS usado para analizar estos datos fué:

```

DATA cinco6;
INPUT trat p2o5 cal x1 x2 bloque rend;
CARDS;
1 120 0 1 1 1 29844
1 120 0 1 1 2 29323
1 120 0 1 1 3 25920
2 180 0 2 1 1 30642
2 180 0 2 1 2 31754
2 180 0 2 1 3 30885
3 240 0 3 1 1 30712
3 240 0 3 1 2 34531
3 240 0 3 1 3 30226
4 120 1500 1 2 1 34184
4 120 1500 1 2 2 29497
4 120 1500 1 2 3 35052
5 180 1500 2 2 1 24115
5 180 1500 2 2 2 32309
5 180 1500 2 2 3 31476
6 240 1500 3 2 1 34045
6 240 1500 3 2 2 26372
6 240 1500 3 2 3 30226

```

PROC GLM;

CLASS bloque trat p2o5 cal;

MODEL rend=bloque cal bloque*cal p2o5 cal*p2o5;

TEST H=cal E=bloque*cal; RUN;

y la salida del SAS se muestra abajo:

General Linear Models Procedure						
Class Level Information						
Class	Levels	Values				
BLOQUE	3	1 2 3				
TRAT	6	1 2 3 4 5 6				
Number of observations in data set = 18						
Source	DF	Sum of Squares	Mean Square	F Value	Pr > F	
Model	7	41779288.389	5968469.770	0.55	0.7810	
Error	10	108848955.889	10884895.589			
Corrected Total	17	150628244.278				
R-Square	C.V.	Root MSE	REND Mean			
0.277367	10.775663	3299.2265	30617.388889			
Source	DF	Type I SS	Mean Square	F Value	Pr > F	
BLOQUE	2	6588	3294	0.00	0.9997	
TRAT	5	41772700	8354540	0.77	0.5938	
Source	DF	Type III SS	Mean Square	F Value	Pr > F	
BLOQUE	2	6588	3294	0.00	0.9997	
TRAT	5	41772700	8354540	0.77	0.5938	

Dependent Variable: REND

General Linear Models Procedure						
Class Level Information						
Class	Levels	Values				
BLOQUE	3	1 2 3				
TRAT	6	1 2 3 4 5 6				
P205	3	120 180 240				
CAL	2	0 1500				
Number of observations in data set = 18						
Source	DF	Sum of Squares	Mean Square	F Value	Pr > F	
Model	9	66298072.500	7366452.500	0.70	0.6986	
Error	8	84330171.778	10541271.472			
Corrected Total	17	150628244.278				
R-Square	C.V.	Root MSE	REND Mean			
0.440144	10.604211	3246.7324	30617.388889			
Source	DF	Type I SS	Mean Square	F Value	Pr > F	
BLOQUE	2	6588	3294	0.00	0.9997	
CAL	1	657040	657040	0.06	0.8091	
BLOQUE*CAL	2	24518784	12259392	1.16	0.3603	
P205	2	2029575	1014787	0.10	0.9093	
P205*CAL	2	39086085	19543043	1.85	0.2180	
Source	DF	Type III SS	Mean Square	F Value	Pr > F	
BLOQUE	2	6588	3294	0.00	0.9997	
CAL	1	657040	657040	0.06	0.8091	
BLOQUE*CAL	2	24518784	12259392	1.16	0.3603	
P205	2	2029575	1014787	0.10	0.9093	
P205*CAL	2	39086085	19543043	1.85	0.2180	

PROC MIXED. El PROC GLM tiene varias limitantes. Además de que el análisis es más complicado, no proporciona los errores estándar correctos para la comparación de medias. La empresa SAS desarrolló el Proc Mixed para proveer un modo más eficiente y directo de hacer el mismo análisis con las medias corregidas. El programa sería así:

PROC MIXED DATA=cinco6;

CLASS a b block ;

MODEL y = p2o5|cal;

RANDOM block p2o5**block; RUN;

The MIXED Procedure						
Class Level Information						
Class	Levels	Values				
BLOQUE	3	1 2 3				
TRAT	6	1 2 3 4 5 6				
P205	3	120 180 240				
CAL	2	0 1500				
REML Estimation Iteration History						
Iteration	Evaluations	Objective	Criterion			
0	1	210.83918126				
1	4	210.83918126	0.00000000			
Convergence criteria met.						
Covariance Parameter Estimates (REML)						
Cov Parm	Estimate					
BLOQUE	0.0000000					
BLOQUE*CAL	0.0000000					
Residual	9071295.3333					
Model Fitting Information for REND						
Description		Value				
Observations		18.0000				
Res Log Likelihood		-116.447				
Akaike's Information Criterion		-119.447				
Schwarz's Bayesian Criterion		-120.174				
-2 Res Log Likelihood		232.8937				
Tests of Fixed Effects						
Source	NDF	DDF	Type III F	Pr > F		
CAL	1	2	0.07	0.8131		
P205	2	8	0.11	0.8955		
P205*CAL	2	8	2.15	0.1784		

Con solo definir cual factor es fijo y cual aleatorio el PROC MIXED decide solo cual es el test adecuado, con lo que le ahorra preocupaciones al investigador. Por otro lado, el aspecto diferente de la salida y otros elementos exigen un acostumbramiento de parte del investigador.

Elementos teóricos en un diseño en parcelas divididas. La presentación anterior del modelo matemático no hablaba de factores fijos o aleatorios, consideremos lo siguiente: i) los bloques son aleatorios (casi) siempre, ii) la interacción entre un elemento aleatorio y un fijo es aleatoria, iii) como consecuencia de lo anterior surge aquella regla que “el factor A se prueba contra el error(a) y el factor B con el error(b)”. Por tanto, si en el modelo $Y_{ijk} = \mu + R_i + A_j + (R^*A)_{ij} + B_k + (A^*B)_{jk} + e_{ijk}$ le decimos al GLM que R y la interacción R*A son aleatorios el propio GLM nos dirá que test es el adecuado.

Usos del diseño en parcelas divididas. Normalmente se argumentan dos tipos de razones para usar este diseño: lograr mejor precisión en uno de los factores que en el otro o facilidad de manejo. La mejor precisión se logra, como decíamos en el factor B, por lo que el factor que se desea con mas precisión debe ir en las subparcelas. La facilidad de manejo, que es la razón más frecuentemente invocada en nuestras condiciones para usar diseños en parcelas divididas, fue ilustrada con el ejemplo. Otros casos muy frecuentes de necesidad de uso de parcelas grandes y diseño en parcelas divididas se ven en ensayos de laboreo donde el manejo de herramientas de preparación de tierras de gran tamaño obligan a un tamaño de parcela innecesario en, por ejemplo, estudios de densidad de población, por lo que este último tipo de factor se puede colocar en subparcelas.

Vale la pena destacar con respecto a este análisis que los dos factores se estudian con diferentes precisiones: el B recibe mejor precisión que el A. Las razones son de dos tipos: por un lado el error (b) es menor que el error (a) como puede verse con claridad considerando que las subparcelas tendrán una tendencia a ser mas semejantes en el terreno que las parcelas mas grandes. Por otro lado, generalmente se dispone de menos parcelas grandes que de subparcelas, ya que estas ocupan menos espacio de terreno y consumen menos material experimental. Esto redunda en que normalmente el error (a) tendrá menos grados de libertad que el error (b), por lo que los niveles del factor A deberán diferir en una cantidad mas grande para ser detectados como significativos en el análisis.

5.3.2. Otros diseños relacionados.

La filosofía del diseño en parcelas divididas se puede expandir en diversos sentidos. La parcela se puede volver a dividir y el diseño se conoce como de parcelas subdivididas, sub-subdivididas, etc. No hay límites para eso pero el diseño se vuelve cada vez más difícil de manejar y analizar. Aconsejamos tener cuidado con ese tipo de situaciones donde el menor imprevisto deja al investigador en situación de pánico y lo lleva a acudir al estadístico para intentar arreglar algo que está así por complicarlo excesivamente.

Bloques divididos. En el diseño en bloques divididos se

Bloque I:

	B1	B2	B3
A1			
A2			
A3			

Bloque II:

	B3	B2	B1
A3			
A2			
A1			

Modelo y análisis. El modelo matemático para un diseño en bloques divididos es:

$$Y_{ijk} = \mu + R_i + A_j + (R^*A)_{ij} + B_k + (R^*B)_{jk} + (A^*B)_{jk} + e_{ijk}$$

donde se está agregando un término:

$(R^*B)_{ik}$ interacción entre la repetición y el factor B lo que constituye el error b
y los demás son como antes. El análisis de varianza correspondiente será:

FUENTE VARIACION SUMA CUADRADOS GRADOS LIBERTAD CUADRADO MEDIO F			
Bloques	r - 1		
Factor A	a - 1		
Error (a) (Interacción A*R)	(r-1)(a-1)		
Factor B	b - 1		
Error (b) (Interacción B*R)	(a-1)(b-1)		
Interacción A*B	(a-1)(b-1)		
Error (b) (Residuo)	a(r-1)(b-1)		
TOTAL	abr - 1		

El factor A se analiza contra el error (a) y el factor B contra el error (b) y la interacción entre los factores A y B contra el residuo.

5.3.3. Observaciones repetidas.

Las observaciones repetidas en el tiempo son situaciones muy frecuentes, especialmente en investigación con animales (Zootecnia y Veterinaria), cultivos perennes, e investigación en Educación y Medicina). El tema de las observaciones repetidas es muy extenso y vamos a ver sus ideas principales. Inicialmente, existen varias opciones de analizar un experimento con observaciones repetidas: i) como si fueran una parcelas divididas. ii) con métodos multivariados iii) con modelos mixtos. El primer procedimiento es el más simple, tal vez el menos exacto pero más conocido y el que discutiremos primero.

OBSERVACIONES REPETIDAS ANALIZADAS COMO PARCELAS DIVIDIDAS.

Los datos se analizan con las divisiones en el tiempo como subparcelas de la unidad experimental. El modelo de parcelas divididas que vimos antes es:

$$Y_{ijk} = u + A_i + R_j + A^*R_{ij} + B_k + A^*B_{ik} + e_{ijk}$$

Un modelo semejante para el análisis de observaciones repetidas es:

$$Y_{ijk} = u + A_i + R_j + A^*R_{ij} + t_k + A^*t_{ik} + e_{ijk}$$

donde el tiempo t reemplaza al factor B . Esta estrategia es exacta solamente cuando la correlación entre observaciones es la misma siempre. Esta situación es llamada de "simetría compuesta" o "correlación uniforme". (Winey, 1971).

El análisis de varianza sería como el que sigue:

Fuente Variación	Suma Cuadrados	Grados Libertad	Cuadrado Medio	F
Bloques (Repeticiones)				
Factor A				
Error (a)=Bloques*A				
Tiempo (factor B)				
A*B				
Error (b) = Residuo				

Si los tratamientos (si son diferentes) hay uno que es el mejor no interactúan con el tiempo, entonces Si hay interacción con el tiempo no siempre el mismo tratamiento es el mejor. En determinado momento uno es el mejor y en otro momento otro lo supera.

```

PROC GLM;
  CLASS bloque trat p2o5 cal;
  MODEL rend=bloque cal bloque*cal p2o5 cal*p2o5;
  TEST H=cal E=bloque*cal; RUN;

PROC MIXED;
  CLASS a b block ;
  MODEL y = a|b;
  RANDOM block a**block;    RUN;

```

5.4. SERIES DE EXPERIMENTOS

5.4.1. Análisis conjunto de un grupo de experimentos.

Es frecuente en ciertas áreas de la investigación agropecuaria que se repitan experimentos similares en diferentes lugares o en varios años. Vamos a utilizar algunos ejemplos para ilustrar las principales ideas del análisis conjunto de una serie o grupo de experimentos, en base a los elementos de ese análisis sacaremos conclusiones para diseñar otras.

Supongamos que tenemos 4 experimentos en bloques al azar y los queremos analizar conjuntamente. Generalmente se comienza por analizar cada experimento por separado. Recordemos que el modelo para el diseño en bloques al azar es: $Y_{ij} = \mu + b_i + t_j + e_{ij}$ Y su implementación en SAS es:

```
PROC SORT; BY e; RUN;  
PROC GLM; BY e; CLASS b v; MODEL y=b v; RUN;
```

No vamos a dar detalles acá de esta parte que no tiene elementos nuevos. Luego se intenta el análisis conjunto. El modelo para el análisis conjunto es: $Y_{ijk} = \mu + b_{i(k)} + L_k + t_j + L_{tkj} + e_{ij}$ Donde $b_{i(k)}$ es el efecto del bloque (anidado en localidad), t_j es el efecto del tratamiento j , L_k es el efecto de la localidad k y los demás términos son los usuales. La implementación en SAS usando el GLM es:

```
PROC GLM; CLASS e b v; MODEL y=e b(e) v e*v;  
RANDOM e b(e) e*v/Q TEST; RUN;
```

```
data seri1; do e=1 to 4; do v=1 to 5; do b=1 to 4;  
input y@@; output; end; end; end; datalines;  
3.4 3.0 3.1 3.2  
2.7 2.9 2.8 3.0  
2.6 2.5 2.1 2.4  
3.1 3.3 3.4 3.0  
2.0 1.9 2.2 2.2  
2.9 3.5 3.2 3.3  
2.6 2.8 3.0 3.1  
2.3 2.6 2.2 2.3  
3.2 3.4 3.3 3.1  
2.1 1.8 2.0 1.9  
3.3 3.1 3.2 3.4  
2.7 2.8 3.0 2.9  
2.4 2.5 2.3 2.3  
3.1 3.3 3.4 3.3  
2.0 1.7 1.9 2.1  
3.0 3.0 3.1 3.2  
2.8 2.9 3.0 2.9  
2.1 2.3 2.0 2.4  
3.2 3.4 3.1 3.3  
2.1 1.9 2.2 1.9
```

Puntos discutibles: **1) Los bloques son siempre aleatorios.** Al menos eso pensamos nosotros, aunque la filosofía de “puedo estar equivocado” nos impide asegurar que nunca sucederá lo contrario.

2) Los tratamientos (generalmente son variedades) se consideran fijos. Los experimentos pueden ser considerados aleatorios o fijos.

3) Las partes que tienen cierta complicación son los test de hipótesis y la comparación de medias. En cuanto a los tests, la metodología antigua (GLM) de tratar con modelos mixtos es construir el análisis de varianza, calcular la esperanza de los cuadrados medios y decidir en base a ellos la prueba F adecuada para cada efecto. Existe una tendencia (Proc MIXED) a observar que las diferencias con el modelo fijo no acaban ahí.

4) Se puede usar el GLM o el MIXED. El Mixed además de otras diferencias, lleva a cabo los test anteriores de un modo automático adecuado.

La salida del PROC GLM para los datos del ejemplo es:

General Linear Models Procedure						
Class Level Information						
	Class	Levels	Values			
E		4	1 2 3 4			
B		4	1 2 3 4			
V		5	1 2 3 4 5			
Number of observations in data set = 80						
Source	DF	Sum of Squares		Mean Square	F Value	Pr > F
Model	31	19.42887500		0.62673790	22.86	0.0001
Error	48	1.31600000		0.02741667		
Corrected Total	79	20.74487500				
R-Square	C. V.	Root MSE		Y Mean		
0.936563	6.079111	0.16557979		2.72375000		
Source	DF	Type I SS		Mean Square	F Value	Pr > F
E	3	0.03137500		0.01045833	0.38	0.7668
B(E)	12	0.18150000		0.01512500	0.55	0.8689
V	4	19.00300000		4.75075000	173.28	0.0001
E*V	12	0.21300000		0.01775000	0.65	0.7910
Source	DF	Type III SS		Mean Square	F Value	Pr > F
E	3	0.03137500		0.01045833	0.38	0.7668
B(E)	12	0.18150000		0.01512500	0.55	0.8689
V	4	19.00300000		4.75075000	173.28	0.0001
E*V	12	0.21300000		0.01775000	0.65	0.7910
Source	Type III Expected Mean Square					
E	Var(Error) + 4 Var(E*V) + 5 Var(B(E)) + 20 Var(E)					
B(E)	Var(Error) + 5 Var(B(E))					
V	Var(Error) + 4 Var(E*V) + Q(V)					
E*V	Var(Error) + 4 Var(E*V)					
Source: E	Error: MS(B(E)) + MS(E*V) - MS(Error)					
	Denominator Denominator					
DF	Type III MS	DF	MS			
3	0.0104583333	0.49	0.0054583333		1.9160	0.6077
Source: B(E)	Error: MS(Error)					
	Denominator Denominator					
DF	Type III MS	DF	MS			
12	0.015125	48	0.0274166667		0.5517	0.8689
Source: V	Error: MS(E*V)					
	Denominator Denominator					
DF	Type III MS	DF	MS			
4	4.75075	12	0.01775		267.6479	0.0001
Source: E*V	Error: MS(Error)					
	Denominator Denominator					
DF	Type III MS	DF	MS			
12	0.01775	48	0.0274166667		0.6474	0.7910
Source	Type III Expected Mean Square					
E	Var(Error) + 5 Var(B(E)) + Q(E, E*V)					
B(E)	Var(Error) + 5 Var(B(E))					
V	Var(Error) + Q(V, E*V)					
E*V	Var(Error) + Q(E*V)					
Tests of Hypotheses for Mixed Model Analysis of Variance						
Source: E *	Error: MS(B(E))					
	Denominator Denominator					
DF	Type III MS	DF	MS			
3	0.0104583333	12	0.015125		0.6915	0.5746
* - This test assumes one or more other fixed effects are zero.						
Source: B(E)	Error: MS(Error)					
	Denominator Denominator					

DF	Type III MS	DF	MS	F Value	Pr > F
12	0.015125	48	0.0274166667	0.5517	0.8689
Source: V *					
Error: MS(Error)					
DF	Type III MS	DF	MS	F Value	Pr > F
4	4.75075	48	0.0274166667	173.2796	0.0001
* - This test assumes one or more other fixed effects are zero.					
Source: E*V					
Error: MS(Error)					
DF	Type III MS	DF	MS	F Value	Pr > F
12	0.01775	48	0.0274166667	0.6474	0.7910

En el PROC MIXED si el factor es aleatorio no se incluye en el modelo. La salida es:

PROC MIXED; CLASS e b v; MODEL y=e b(e) v e**v;

RANDOM e(b)e v*e;

The MIXED Procedure					
Class Level Information					
Class Levels Values					
E 4 1 2 3 4					
B 4 1 2 3 4					
V 5 1 2 3 4 5					
Covariance Parameter Estimates (REML)					
Cov Parm	Estimate				
Residual	0.02741667				
Model Fitting Information for Y					
Description		Value			
Observations	80	0.0000			
Res Log Likelihood	-2.5375				
Akaike's Information Criterion	-3.5375				
Schwarz's Bayesian Criterion	-4.4731				
-2 Res Log Likelihood	5.0751				
Tests of Fixed Effects					
Source	NDF	DDF	Type III F	Pr > F	
E	3	48	0.38	0.7668	
B(E)	12	48	0.55	0.8689	
V	4	48	173.28	0.0001	
E*V	12	48	0.65	0.7910	
Tests of Fixed Effects					
Source	NDF	DDF	Type III F	Pr > F	
E	3	0	0.38	.	
B(E)	12	0	0.55	.	
V	4	48	173.28	0.0001	
E*V	12	48	0.65	0.7910	
Least Squares Means					
Effect	V	LSMEAN	Std Error	DF	t Pr > t
V	1	3.18125000	0.04139495	48	76.85 0.0001
V	2	2.86875000	0.04139495	48	69.30 0.0001
V	3	2.33125000	0.04139495	48	56.32 0.0001
V	4	3.24375000	0.04139495	48	78.36 0.0001
V	5	1.99375000	0.04139495	48	48.16 0.0001
REML Estimation Iteration History					
Iteration	Evaluations	Objective		Criterion	
0	1	-193.3265060			
1	4	-193.3265060	0.00000000		
Convergence criteria met.					
Covariance Parameter Estimates (REML)					
Cov Parm	Estimate				
E	0.00000000				
B(E)	0.00000000				
E*V	0.00000000				

Residual	0.02322500
Model Fitting Information for Y	
Description	Value
Observations	80.0000
Res Log Likelihood	27.7429
Akaike's Information Criterion	23.7429
Schwarz's Bayesian Criterion	19.1079
-2 Res Log Likelihood	-55.4857
Tests of Fixed Effects	
Source	NDF DDF Type III F Pr > F
V	4 12 204.55 0.0001
Least Squares Means	
Effect	V LSMEAN Std Error DF t Pr > t
V	1 3.18125000 0.03809938 12 83.50 0.0001
V	2 2.86875000 0.03809938 12 75.30 0.0001
V	3 2.33125000 0.03809938 12 61.19 0.0001
V	4 3.24375000 0.03809938 12 85.14 0.0001
V	5 1.99375000 0.03809938 12 52.33 0.0001

Otra duda que surge es ¿cuando las localidades pueden ser consideradas una muestra aleatoria de todas las localidades de un país por ejemplo? Generalmente el investigador no está interesado en limitar sus conclusiones solamente a las localidades utilizadas, sino que intenta considerarlas una muestra de las localidades de una región o país. Esto es especialmente así en la evaluación de cultivares, donde se hacen experimentos en diferentes lugares del país para recomendar cultivares para todo el país. Por ese lado entonces, las localidades deben ser consideradas aleatorias. Pero por otro lado, el investigador generalmente no las elige al azar sino por su conveniencia. Surge entonces una contradicción: no las elige al azar pero analiza los datos como si fueran aleatorias. La postura manejada acá es le diremos como se analizan datos aleatorios o fijos, en cada caso se verá si son aleatorios o fijos.

Si todos los experimentos son en parcelas al azar (enteramente aleatorizados). El modelo para experimento es: $Y_{ij} = \mu + t_j + e_{ij}$. La única diferencia es que no hay bloques. El modelo para el análisis conjunto es: $Y_{ijk} = \mu + L_k + t_j + L_{tjk} + e_{ijk}$

Medias, medias "corregidas", LSMeans, proceso de SAS, PDIF

Least Squares Means	
V	Y
LSMEAN	
1	3.18125000
2	2.86875000
3	2.33125000
4	3.24375000
5	1.99375000

Todos los experimentos de la serie pueden ser iguales o no. Acá nos hemos limitado a esa situación dado el objetivo del libro.

Experimentos factoriales analizados conjuntamente.

El modelo para cada experimento es $Y_{ij} = \mu + a_i + b_j + a_{ij} + e_{ij}$

El modelo para el análisis conjunto es: $Y_{ijk} = \mu + a_i + b_j + a_{ij} + L_k + aL_{ik} + bL_{jk} + abL_{ijk} + e_{ijk}$

Tabla de análisis de varianza.

Experimentos en parcelas divididas analizados conjuntamente.

5.4.2. Series de experimentos creadas intencionalmente.

Supongamos que queremos comparar 20 variedades. Es muy difícil hacer bloques de 20 parcelas, entonces una posibilidad es distribuir del siguiente modo las variedades:

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	A	B	C
11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	A	B	C
21	22	23	24	25	26	27	28	29	30	A	B	C
31	32	33	34	35	36	37	38	39	40	A	B	C

Las variedades identificadas con letras A, B y C actúan como testigos, ligando a las otras y haciéndolas comparables. A los tratamientos testigos algunos autores (por ej. Pimentel Gomes, 1978) les llaman *comunes* y a los que no son testigos se les llama *regulares*.

```
data serie2;
do e=1 to 3; do b=1 to 4; do v=1 to 8;
input y @@; output; end; end; end;
datalines;
19 18 20 17 22 18 15 24
16 17 21 16 23 20 17 26
18 19 19 18 26 19 16 23
20 16 20 15 24 21 15 25

20 16 17 15 18 25 27 21
16 18 20 13 19 27 25 20
17 20 18 14 20 24 26 22
28 17 15 17 16 28 29 19

23 19 26 20 17 24 26 28
21 22 26 19 20 25 29 26
19 18 27 21 22 26 28 27
20 21 24 22 16 22 30 26

proc sort; by e; run;
proc glm; by e; class b v; model y=b v; run;
proc glm; class e b v; model y=e b(e) v e*v;
random e b(e) e*v/q test; lsmeans e*v; run;
proc mixed; class e b v; model y=v;
random e b(e) e*v; lsmeans e*v; run;
proc mixed; class e b v; model y=e v e*v;
random b(e); lsmeans e*v; run;
```

General Linear Models Procedure						
Class Level Information						
Class	Levels	Values				
E	3	1 2 3				
B	4	1 2 3 4				
V	20	10 11 12 13 14 15 16 17 18 19 20 3 4 5 6 7 8 9 a b				
Number of observations in data set = 96						
Source	DF	Sum of Squares		Mean Square	F Value	Pr > F
Model	32	1391.81250000		43.49414063	10.97	0.0001
Error	63	249.81250000		3.96527778		
Corrected Total	95	1641.62500000				
R-Square		C. V.	Root MSE	Y Mean		
0.847826		9.510689	1.99130052	20.93750000		
Source	DF	Type I SS	Mean Square	F Value	Pr > F	
E	2	238.68750000	119.34375000	30.10	0.0001	
B(E)	9	15.68750000	1.74305556	0.44	0.9084	
V	19	1133.35416667	59.65021930	15.04	0.0001	
E*V	2	4.08333333	2.04166667	0.51	0.6001	
Source	DF	Type III SS	Mean Square	F Value	Pr > F	
E	2	25.08333333	12.54166667	3.16	0.0491	
B(E)	9	15.68750000	1.74305556	0.44	0.9084	
V	19	1133.35416667	59.65021930	15.04	0.0001	
E*V	2	4.08333333	2.04166667	0.51	0.6001	
General Linear Models Procedure						
Source	Type III Expected Mean Square					
E	Var(Error) + 4 Var(E*V) + 2 Var(B(E)) + 8 Var(E)					
B(E)	Var(Error) + 8 Var(B(E))					
V	Var(Error) + 4 Var(E*V) + Q(V)					
E*V	Var(Error) + 4 Var(E*V)					
Tests of Hypotheses for Mixed Model Analysis of Variance						
Source: E	Error: 0.25*MS(B(E)) + MS(E*V) - 0.25*MS(Error)					
	DF	Type III MS	Denominator DF	MS	F Value	Pr > F
	2	12.54166667	1.04	1.4861111111	8.4393	0.2273
Source: B(E)	Error: MS(Error)					
	DF	Type III MS	Denominator DF	MS	F Value	Pr > F
	9	1.74305556	63	3.9652777778	0.4396	0.9084
Source: V	Error: MS(E*V)					
	DF	Type III MS	Denominator DF	MS	F Value	Pr > F
	19	59.650219298	2	2.0416666667	29.2164	0.0336
Source: E*V	Error: MS(Error)					
	DF	Type III MS	Denominator DF	MS	F Value	Pr > F
	2	2.0416666667	63	3.9652777778	0.5149	0.6001
General Linear Models Procedure						
Source	Type III Expected Mean Square					
E	Var(Error) + 2 Var(B(E)) + Q(E, E*V)					
B(E)	Var(Error) + 8 Var(B(E))					
V	Var(Error) + Q(V, E*V)					
E*V	Var(Error) + Q(E*V)					
Tests of Hypotheses for Mixed Model Analysis of Variance						
Source: E *	Error: 0.25*MS(B(E)) + 0.75*MS(Error)					
	DF	Type III MS	Denominator DF	MS	F Value	Pr > F
	2	12.54166667	71.99	3.4097222222	3.6782	0.0301
* - This test assumes one or more other fixed effects are zero.						
Source: B(E)	Error: MS(Error)					
	DF	Type III MS	Denominator DF	MS	F Value	Pr > F

9	1. 7430555556	63	3. 9652777778	0. 4396	0. 9084
Source: V *					Error: MS(Error)
DF	Type III MS	DF	Denominator	Denominator	
19	59. 650219298	63	MS	F Value	Pr > F
* - This test assumes one or more other fixed effects are zero.					
Source: E*V					Error: MS(Error)
Denominator	Denominator	DF	MS	F Value	Pr > F
DF	Type III MS	DF			
2	2. 041666667	63	3. 9652777778	0. 5149	0. 6001

The MIXED Procedure					
Class Level Information					
Class	Levels	Values			
E	3	1 2 3			
B	4	1 2 3 4			
V	20	10 11 12 13 14 15 16 17 18 19			
		20 3 4 5 6 7 8 9 a b			
REML Estimation Iteration History					
Iteration	Evaluations	Objective	Criterion		
0	1	208. 91158076			
1	3	206. 64983468	0. 00000459		
2	1	206. 64934786	0. 00000001		
Covariance Parameter Estimates (REML)					
Cov Parm	Estimate				
E	1. 11088565				
B(E)	0. 00000000				
E*V	0. 00000000				
Residual	3. 64310818				
Model Fitting Information for Y					
Description		Value			
Observations		96. 0000			
Res Log Likelihood		-173. 164			
Akaike's Information Criterion		-177. 164			
Schwarz's Bayesian Criterion		-181. 825			
-2 Res Log Likelihood		346. 3280			
Tests of Fixed Effects					
Source	NDF	DDF	Type III F	Pr > F	
V	19	2	16. 59	0. 0583	
The MIXED Procedure					
Class Level Information					
Class	Levels	Values			
E	3	1 2 3			
B	4	1 2 3 4			
V	20	10 11 12 13 14 15 16 17 18 19 20 3 4 5 6 7 8 9 a b			
REML Estimation Iteration History					
Iteration	Evaluations	Objective	Criterion		
0	1	199. 22737263			
1	1	199. 22737263	0. 00000000		
Convergence criteria met.					
Covariance Parameter Estimates (REML)					
Cov Parm	Estimate				
B(E)	0. 00000000				
Residual	3. 68750000				
Model Fitting Information for Y					
Description		Value			
Observations		96. 0000			
Res Log Likelihood		-165. 777			
Akaike's Information Criterion		-167. 777			
Schwarz's Bayesian Criterion		-170. 054			

-2 Res Log Likelihood	331.5545
Tests of Fixed Effects	
Source	NDF DDF Type III F Pr > F
E	2 9 3.40 0.0794
V	19 63 16.18 0.0001
E*V	2 63 0.55 0.5776

La propuesta anterior, llamada “diseño de Federer” en Brasil, no tiene repeticiones de los tratamientos regulares. Pimentel Gomes (1978) propuso expandir la idea repitiendo el experimento. Obtenemos las siguientes situaciones. Las comparaciones entre medias pueden ser de diferentes tipos.

Comparación entre medias	Varianza
Regulares	$\frac{2\sigma^2}{r}$
Regulares en diferentes grupos	$\frac{2\sigma^2}{r} \left(1 + \frac{1}{c}\right)$
Comunes	$\frac{2\sigma^2}{gr}$
Un comun y un regular	$\frac{2\sigma^2}{r} \left(1 + \frac{1}{c} + \frac{1}{g} - \frac{1}{cg}\right)$

Ese autor también discute la prueba F adecuada y la estimación por mínimos cuadrados (GLM) y por máxima verosimilitud (Proc Mixed).

1 3 20.000000	2 10 14.750000	3 15 25.750000
1 4 16.500000	2 11 18.250000	3 16 20.500000
1 5 23.750000	2 12 26.000000	3 17 18.750000
1 6 19.500000	2 13 26.750000	3 18 24.250000
1 7 15.750000	2 14 20.500000	3 19 28.250000
1 8 24.500000	2 9 17.500000	3 20 26.750000
1 a 18.250000	2 a 20.250000	3 a 20.750000
1 b 17.500000	2 b 17.750000	3 b 20.000000

5.4.3. Evaluación y certificación de cultivares.

La certificación de cultivares en Uruguay es uno de los ejemplos mas claros de análisis de una serie de experimentos. Nos gustaría discutir este tema enfatizando tres aspectos: i) el diseño de los experimentos, ii) el análisis con fines de certificación y iii) el estudio de la interacción genotipo-ambiente.

DISEÑO DE LOS EXPERIMENTOS. Tradicionalmente el diseño de los experimentos para evaluar variedades se hacía en bloques completos al azar. Luego se defendió por parte de varios autores la idea de hacerlos en bloques incompletos.

Los experimentos se hacían en diferentes lugares y diferentes época. Los lugares en que se llevaban a cabo los experimentos eran elegidos con criterio de cubrir la zona cerealera del país, y se usaban los mismos todos los años. Uno de los esquemas seguidos era el siguiente en maíz.

		Lugar			
Epoca	Estanzuela	Young	Dolores	Salto	
I	XX	XX	XX	XX	
II	XX	XX			
III	XX				

Como vemos no todos los lugares se usaban en todas las épocas lo que provoca el desbalance de los datos.

ANÁLISIS DE LOS DATOS. Los vemos en dos etapas: análisis de cada experimento y análisis conjunto.

En los análisis de certificación, como hay variedades que no están en todos los años, los datos quedan desbalanceados, aún cuando los experimentos sean balanceados.

Los modelos utilizados en cada análisis son:

Análisis de cada experimento. $Y_{ij} = \mu + \beta_i + \tau_j + \varepsilon_{ij}$

Donde β_i es el efecto del bloque y τ_j es el efecto de la variedad, μ es la medai y ε_{ij} es el error.

$$Y = u + B + t + e$$

SAS: rendimiento=bloque tratamiento.

Análisis conjunto. En dos etapas: analizando todos los experimentos de un año y los tres años que se usan para evaluar.

Análisis por localidad. $Y_{ij} = \mu + L_k + \beta_{i(l)} + \tau_j + L^*T_{kj} + \varepsilon_{ij}$

Se agrega aquí el efecto de la localidad L_k y la interacción localidad x tratamiento L^*T_{kj} . Los bloques pasan a ser anidados dentro de localidad.

$$Y = u + L + B(L) + t + L^*t + e$$

El modelo final quedará:

Análisis por año. $Y_{ij} = \mu + A_l + L_k + E_m + A^*L_{lk} + A^*E_{lm} + L^*E_{km} + A^*L^*E_{lkm} + \beta_{i(klm)} + \tau_j + L^*t_{kj} + \varepsilon_{ijklm}$
 $Y = u + A + L + E + A^*L + A^*E + L^*E + A^*L^*E + B(E) + t + L^*t + e$

Evaluación de cultivares. Hay varios puntos en la evaluación de cultivares en Uruguay que merecen comentarios. Primero, la política de evaluación de cultivares se decide en ámbitos administrativos, no exclusivamente técnicos. Por ejemplo la decisión de incluir solo los 3 últimos años fue tomada así. En otros países se incluyen 5 años, o se puede considerar toda la información disponible. Segundo, la idea de “no inferior a los cultivares ya certificados” parece ser interpretable como “no *significativamente* inferior a los cultivares ya certificados”, de modo que la falta de información favorece al cultivar malo, todo cultivar que tenga poca información no se demuestra que es (significativo=estadísticamente) inferior a los demás y se autoriza a certificar. Tercero, *certificar* no debería ser *recomendar*, pero en la práctica se confunden. El estado *certifica* que el cultivar es auténtico (es lo que dice ser), no lo hace con los malos, por lo tanto aparece como que recomienda, pero la metodología estadística no fue creada para eso. Por último, como toda actividad humana, especialmente en los países subdesarrollados, está muy sujeta a los intereses personales. Los que comercializan una variedad presionan para que sea declarada buena. Índices de selección no se han usado en Uruguay.

Componentes de varianza. Distribución óptima de los recursos.

La distribución óptima de los recursos se mira así. Cuantas repeticiones, cuantos locales, cuantos años debo usar? La varianza de una media es: $\frac{\sigma_{VL}^2}{1} + \frac{\sigma_{VA}^2}{a} + \frac{\sigma_{VLA}^2}{la} + \frac{\sigma_e^2}{lar}$

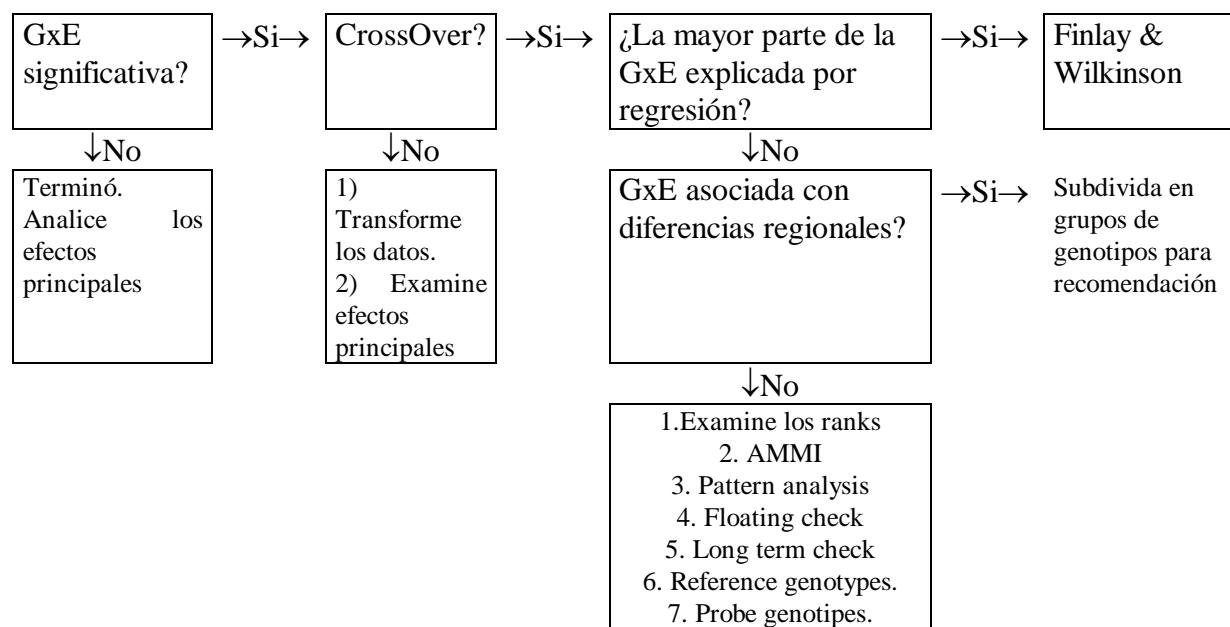
Reps	Localidades	1	2	3
3	1	0,134	0,074	0,053
3	3	0,063	0,034	0,024
3	5	0,048	0,026	0,018
4	1	0,126	0,070	0,051
4	3	0,060	0,032	0,023
4	5	0,047	0,025	0,017
0,1	0,013	0,027	0,061	
e	vl	va	vla	

Se señalan con un mismo color dos combinaciones que proporcionan una varianza aproximadamente igual. Eso nos dice que si usamos 3 repeticiones con 3 años y 3 localidades tenemos una precisión semejante a 2 años y 5 localidades, con lo que estamos ganando un año con hacer la evaluación en 5 localidades. Para el uso de 4 repeticiones la situación es similar. Estas son ideas muy fructíferas. Por lo tanto necesitamos conocer los componentes de varianza de repeticiones, localidades y años para poder jugar con ellos y determinar un nivel de precisión adecuado para un determinado costo.

5.4.4. Análisis de la interacción genotipo-ambiente.

Si hablamos de análisis de una serie de experimentos para comparar genotipos en diferentes lugares no podemos evitar hablar del análisis de la interacción genotipo-ambiente. El análisis de la interacción genotipo-ambiente (GxE) es una actividad que ha despertado mucho interés en agronomía y no la vamos a agotar acá, solamente mostraremos algunas ideas.

El análisis de la GxE se ha hecho desde la década de los cuarenta por métodos como Finlay & Wilkinson (19xx) y Eberhart & Russel (xxxx). Luego hubo una época de severo criticismo a esos métodos, que culminaron con propuestas metodológicas de diferente grado de complejidad. Un amigo (Gleeson, 1991, com. Pers.) me mostró el siguiente esquema:



Es un tema apasionante, pero no vamos a pasar de acá.

3.1. MODELOS FIJOS, ALEATORIOS Y MIXTOS

1. Introducción. El modelo más simple posible es $Y = \mu + T + e$, donde μ es la media general, e es el error aleatorio y T es un efecto que puede ser fijo o aleatorio, que es lo que vamos a discutir.

I) Si T es fijo es una constante, un parámetro, por lo tanto querremos estimar su valor.

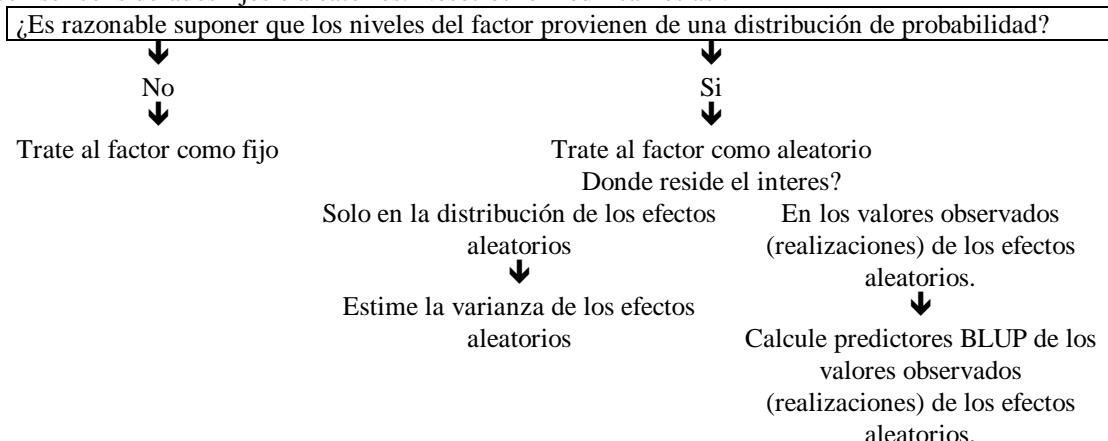
II) Si T es aleatorio queremos i) estimar su componente de varianza ii) predecir su valor.

2. Historia. El padre de la Estadística, R. A. Fisher, desarrolló el análisis de varianza trabajando con modelos aleatorios. Luego, tal vez por influencia de su sucesor F. Yates, la opinión pública estadística se orientó para el lado de los modelos fijos, considerando a T como fijo. Se desarrolló una teoría de la estimación, influyó C. R. Rao. Eisenhart (1951) distinguió entre modelos I fijo y II aleatorios. Snedecor (1967) distinguió entre ambos levemente. Luego vino el aporte de C. R. Henderson (1963, 1973). En 1973 Patterson y Thompson que son más estadísticos llegaron a una conclusión parecida y valiosa para nosotros. Searle que era amigo de Henderson influyó, la gente del SAS se convenció y la situación fue mejorando.

3. ¿Cuándo un factor es fijo o aleatorio? Varios autores intentaron contestar esta pregunta con exactitud y brevedad. Las mejores explicaciones son la de Searle (1994) y la de Littel et al. (1996). Además de lo que ellos dicen me gusta este ejemplo. Supongamos un modelo de regresión, por ejemplo para predecir el peso de animales o frutos (Y) en función de la edad (X). $Y = \mu + BX + e$. Si elegimos animales de un mes, dos meses, etc. la variable edad es elegida por nosotros, no aleatoria, fija le decimos los estadísticos en oposición a aleatoria. Diferente sería el caso si eligiéramos animales al azar y luego le preguntamos la edad, claro con los animales no se puede hacer pero con personas se podría. En este caso la edad sería aleatoria. ¿Un dato pintoresco? No usen correlación con variables fijas, en cambio la regresión sirve siempre.

*Latour, Latour & Wolfinger (1994, pg. 4) dicen: "The important question for deciding which effects are fixed and which are random is 'Are inferences going to be drawn for only those levels of the factor?'".

*Searle, Casella & McCullagh (1994, pg. 18) presentan un "árbol de decisión" para decidir si los factores deben ser considerados fijos o aleatorios. Nosotros lo modificamos así:



4. Modelos de diseño. ¿Y si el modelo no es de regresión sino de diseño experimental? Lo mismo. Supongamos que T son variedades de un cultivo. Si elegimos las variedades para comparar el modelo es fijo. Si elegimos al azar el modelo es II, por ejemplo en estudios genéticos elegimos genotipos de un determinado origen al azar. ¿Vieron que en algunos casos el propio problema ya dice si el modelo debe ser fijo o aleatorio? Si hablo de variedades estoy pensando en efectos fijos, si hablo de genotipos que quiero seleccionar (para transformarlos en variedades) estoy probablemente en una situación de factor aleatorio.

5. Ideas y paradojas. Los efectos fijos (parámetros) se estiman, los aleatorios se predicen. Es un disparate intentar estimar un efecto aleatorio ¿cómo saber donde está una cosa que se está moviendo? Lo que hay que intentar es predecirlo.

6. Algunas conclusiones. Sin intentar dar todas las consecuencias de estas ideas, tenemos:

1. Distingamos entre los modelos, podemos querer buscarle tetas a un toro.
2. Como consecuencia de ello: ¡Los efectos fijos se estiman, los aleatorios se predicen!
3. No hagamos lo que no debemos, ja, claro me van a decir, entonces lo digo con ejemplos. No apliquemos Tukey a la diferencia entre niveles de un factor aleatorio. No intentemos estimar componentes de varianza cuando el factor es fijo. Seamos cautelosos en expandir los resultados de ensayos de variedades hechos en lugares no elegidos al azar.